

27.02.2020

XVIII открытая олимпиада по математике

ГГТУ им. П.О.Сухого

9-10 класс (школьники)



1. Построить график функции  $y = \frac{|x|}{x} - 2\sin|x| \cdot \sin x$ .
2. Решить систему:
$$\begin{cases} a + [b] + \{c\} = 1,1, \\ [a] + \{b\} + c = 2,2, \\ \{a\} + b + [c] = 3,3, \end{cases}$$
где  $[a]$  – целая часть числа  $a$ ,  $\{a\}$  – дробная часть числа  $a$ .
3. В детском саду провели опрос. На вопрос: «Что Вы предпочитаете, кашу или компот?» - большая часть ответила: «Кашу», меньшая: «Компот», а один респондент: «Затрудняюсь ответить». Далее выяснили, что 30% любителей компота предпочитают абрикосовый, а 70% - грушевый. Среди любителей каши 56,25% выбрали манную, 37,5% - рисовую, а один респондент ответил: «Затрудняюсь ответить». Сколько детей было опрошено?
4. Пусть функция  $f(x)$  для всех действительных  $x \neq 0$ ,  $x \neq 2020$  удовлетворяет уравнению  $(2020 - x) \cdot f(x) - 2x \cdot f(2020 - x) = 2021$ . Найти  $f(2019)$ .
5. Дан квадрат. Найти геометрическое место точек, произведение расстояний от которых до двух противоположных сторон квадрата равно произведению расстояний до двух других противоположных сторон.
6. Найти сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии, если ее второй член, удвоенное произведение первого члена на четвертый и третий член являются последовательными членами арифметической прогрессии с разностью, равной  $1/3$ .

*Желаем удачи!*



27.02.2020

XVIII открытая олимпиада по математике

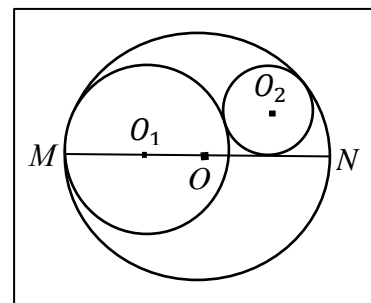
ГГТУ им. П.О.Сухого

11 класс (школьники)



1. Построить графики функций: а)  $y = [e^x]$ ,  
б)  $y = \{x\}[x]$ , где  $[x]$  – целая часть числа  $x$ , а  $\{x\}$  – дробная часть числа  $x$ .
2. Найти число решений уравнения  $|x^2 - 1| + |x^2 - 4| = a$  в зависимости от значений параметра  $a \in R$ .
3. Зоопарк ежедневно распределяет 111 кг мяса между лисами, леопардами и львами. Каждой лисе полагается 2 кг мяса, леопарду – 14 кг, льву - 21 кг. Известно, что у каждого льва бывает ежедневно 230 посетителей, у каждого леопарда – 160, у каждой лисы – 20. Сколько должно быть лис, леопардов и львов в зоопарке, чтобы ежедневное число посетителей у этих животных было максимальным?

4. Окружность с центром в точке  $O$  и радиусом 3, касается окружности с центром в точке  $O_1$  и радиусом 2 в точке  $M$ . Найти радиус окружности с центром в точке  $O_2$ , касающейся первых двух окружностей и их общего диаметра  $MN$ .



5. Решить уравнение:  $\cos^4 x = 8 \cos x \sin y - 16 \sin^4 y - 2$ .
6. Одна из вершин прямоугольного треугольника ( $\angle ACB = 90^\circ$ ) находится в точке  $A(2,0)$ , другая в точке  $C$ , лежащей на отрезке  $[0,2]$  оси  $OX$ . Вершина  $B$  лежит на параболе  $y = 2x - x^2$ . Какими должны быть координаты точки  $B$ , чтобы площадь треугольника  $ABC$  была наибольшей.

*Желаем удачи!*

