

03.04.2025

XXIII открытая олимпиада по математике
ГГТУ им. П.О. Сухого
II-IV курс



1. Решить уравнение $F(a) = \int_{\ln 8}^a \frac{dx}{\sqrt{e^x - 4}} = \frac{\pi}{12}$ относительно переменной a .

2. Найти наибольшее число в последовательности

$$a_n = \frac{n}{n^2 + 50}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

3. С высоты 31 м 25 см бросают мяч. Ударяясь о землю, он отскакивает вновь, поднимаясь всякий раз на $\frac{2}{5}$ высоты, с которой он в очередной раз падает. После скольких ударов мяч поднимется на высоту 128 мм?

4. В мешке лежит 50 монет, причем пять из них фальшивые (у них герб с обеих сторон), а остальные монеты обычные. Наугад выбирается одна монета и бросается 10 раз. Оказалось, что при всех бросаниях она выпала гербом кверху. Какова вероятность того, что была выбрана фальшивая монета?

5. Построить график функции $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + 2x + 3x^2 + \dots + nx^{n-1})$.

6. Найдите площадь фигуры, ограниченной графиками следующих функций:

$$y = \min \{ |2x + 3|, x^2 \}, \quad y = -1, \quad x = 3, \quad x = -\frac{3}{2}.$$