

25.02.2022

XX открытая олимпиада по математике
ГГТУ им. П.О. Сухого
II-IV курс (технические специальности)



1. Какое множество точек на комплексной плоскости определяется условием:

$$|z - 2| - |z + 2| > 3.$$

2. Точки $A(1,0,1)$ и $B(0,5,5)$ находятся на поверхности $x^2 + y^2 = z^2$. Найти кратчайший путь от A до B по поверхности (записать уравнение кривой).

3. Найти предел

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \cdot \left((1+x)(1+2x)^{1/2} (1+3x)^{1/3} \dots (1+2022x)^{1/2022} - 1 \right).$$

4. Пусть a_n – числовая последовательность ($a_n \in \mathbb{N}$). Найти сумму ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{2^n},$$

если известно, что $a_1 = a_2 = a_3 = 1$ и $a_{n+3} = a_n + a_{n+1} + a_{n+2}$.

5. Найти наименьшее значение функции

$$F(k) = \int_0^1 |x^2 - 1 + 2kx + k^2| dx, \quad k > 0.$$

6. В цилиндрический стакан, имеющий внутри осевое сечение вида $y = x^4$, опущен металлический шарик. Каким должен быть радиус шарика, чтобы он касался нижней точки дна стакана.

Желаем удачи!

