

1. Дан график функции $y = ax^4 - x^2 + bx + c$ (Рис.1).

Найти знаки чисел a, b, c .

2. Определить λ и μ так, чтобы имело место равенство

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt[3]{1-x^3} - \lambda x - \mu = 0.$$

3. Доказать, что для любого целого числа n число $2 + \sqrt{3}^n$

можно представить в виде суммы $\sqrt{m} + \sqrt{m-1}$, где m - целое.

4. Найти точку пересечения общих касательных двух окружностей, центры которых совпадают с точками $2, 5$ и $\left(7\frac{1}{3}, 10\frac{1}{3}\right)$, а радиусы соответственно равны 3 и 7 .

5. «От сосны к березе 100 шагов, повернуть направо, пройти столько же. От сосны к дубу 100 шагов, повернуть налево, пройти столько же. Копать посередине.» С этим указанием флибустьера Роджерса Вы прибыли на остров. Береза цела, дуб есть, сосна исчезла. Можно ли найти клад? (Повороты делать на 90°).

6. Найти число действительных корней уравнения $xe^{-x} + e^{-x} + \frac{1}{2}x^2 - 1 = 0$.

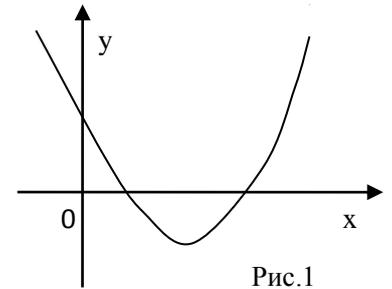


Рис.1

1. Показать, что каждое число последовательности $49, 4489, 444889, 44448889, \dots$ является точным квадратом.

2. Пусть функция $f(x)$ непрерывна на $[0, \infty)$ и для любого $x \geq 0$ удовлетворяет уравнению

$$\sin\left(\int_0^x f(u)du\right) = \frac{x}{1+x}. \text{ Найти функцию } f(x).$$

3. Вычислить $\int_0^1 \frac{x \ln x^2 + x + \ln x + 1}{x(x+1)} dx$.

4. Построить график функции $y = \ln x + \ln x + \ln x + \dots$, $x \geq 0$.

5. Пусть $P_n(f(x)) = \int_0^1 \dots \int_0^1 f\left(\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}\right) dx_1 \dots dx_n$. Вычислить $\lim_{n \rightarrow \infty} P_n(\sin \pi x)$.

1. Дан график функции $y = ax^4 - x^2 + bx + c$ (Рис.1).

Найти знаки чисел a, b, c .

2. Вычислить предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + \dots + n \cdot n!}{(n+1)!}$.

3. Доказать, что $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sin \sqrt{x+1} - \sin \sqrt{x} = 0$.

4. Доказать, что если $2 + \sqrt{3}^n = a_n + b_n \sqrt{3}$, то $a_n^2 - 3b_n^2 = 1$ при любом n .

5. Найти число действительных корней уравнения $xe^{-x} + e^{-x} + \frac{1}{2}x^2 - 1 = 0$.

6. При каких натуральных значениях n система из n уравнений совместна

$$\begin{cases} 0 + x_2 + x_3 + x_4 + \dots + x_{n-1} + x_n = 1, \\ -x_1 + 0 + x_3 + x_4 + \dots + x_{n-1} + x_n = 1, \\ -x_1 - x_2 + 0 + x_4 + \dots + x_{n-1} + x_n = 1, \\ \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \\ -x_1 - x_2 - x_3 - x_4 - \dots - x_{n-1} + 0 = 1. \end{cases}$$

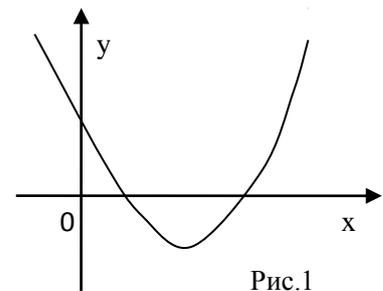


Рис.1

(экономические специальности)

1. Был очень жаркий день, и четыре пары выпили вместе 44 бутылки кока-колы. Анна выпила 2, Бетти 3, Кэрл 4 и Дороти 5 бутылок. М-р Браун выпил столько же бутылок, сколько и его жена, но каждый из других мужчин выпил больше, чем его жена: м-р Грин вдвое, м-р Вайт в три раза и мистер Смит в четыре раза. Назовите жен этих мужчин.

2. Доказать, что $\sqrt{\underbrace{11\dots1}_{2n \text{ раз}} - \underbrace{22\dots2}_{n \text{ раз}}} = \underbrace{33\dots3}_{n \text{ раз}}$.

3. Сходится ли ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 - \ln n}$?

4. Найти значение сотой производной $f^{(100)}(0)$ для $f(x) = \frac{e^{x/4}}{1-x}$.

5. Вычислить $\int_0^1 \frac{x \ln x^2 + x + \ln x + 1}{x(x+1)} dx$.

1. Доказать, что если $2 + \sqrt{3}^n = a_n + b_n \sqrt{3}$, то $a_n^2 - 3b_n^2 = 1$ при любом n .
 2. Показать, что каждое число последовательности 49, 4489, 444889, 44448889, ... является точным квадратом.
 3. Планета имеет форму тела, полученного вращением квадрата со стороной a вокруг одной из диагоналей. Путешествие по планете считается кругосветным, если его маршрут – замкнутая кривая, симметричная относительно ее центра. Найти длину кратчайшего маршрута кругосветного путешествия.
 4. «От сосны к березе 100 шагов, повернуть направо, пройти столько же. От сосны к дубу 100 шагов, повернуть налево, пройти столько же. Копать посередине.» С этим указанием флибустьера Роджерса Вы прибыли на остров. Береза цела, дуб есть, сосна исчезла. Можно ли найти клад? (Повороты делать на 90°).
 5. Дана система неравенств
$$\begin{cases} |x| + |y| \leq 2, \\ x^2 + y^2 \geq 4(x + y - 1). \end{cases}$$
 Найти площадь фигуры, координаты точек которой удовлетворяют: а) первому неравенству системы; б) двум неравенствам системы.
 6. Найти число действительных корней уравнения $xe^{-x} + e^{-x} + \frac{1}{2}x^2 - 1 = 0$.
-