

25.02.2022

XX открытая олимпиада по математике  
ГГТУ им. П.О. Сухого  
9-10 класс (школьники)



1. В выражении  $1:2:3:4:5:6:7:8:9:10$  нужно расставить скобки так, чтобы результат был: а) минимален, б) максимален.

2. Сумма чисел  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{1011}$  равна  $2022^2$ . Найти  $a_{17}$ , если известно, что

$$\frac{a_1}{a_1 + 1} = \frac{a_2}{a_2 + 3} = \frac{a_3}{a_3 + 5} = \dots = \frac{a_{1011}}{a_{1011} + 2021}.$$

3. Найти наименьшее значение выражения

$$f(x, y) = |x| + |y| + \sqrt{x^2 + y^2 - 2x - 6y + 10}.$$

4. Даны две геометрических прогрессии. Известно, что

$$a_1 = b_1 = 1, \quad a_2 + b_2 = 3, \quad a_5 + b_5 = 161.$$

Найти  $a_6 + b_6$ .

5. В кабинете стоит 14 столов с одним, двумя, тремя и четырьмя ящиками. Общее число ящиков 33. Столов с одним ящиком столько же, сколько с двумя и тремя ящиками вместе. Сколько столов с одним ящиком?

6. Высота, опущенная на основание равнобедренного треугольника, равна 12. При этом сумма радиусов вписанной и описанной окружностей равна  $83/8$ . Найти стороны треугольника.

*Желаем удачи!*



с25.02.2022

XX открытая олимпиада по математике  
ГГТУ им. П.О. Сухого  
11 класс (школьники)



1. Решить уравнение

$$\frac{x}{18} = \left(\frac{2}{3}\right)^{\log_x 12}.$$

2. В зависимости от значения параметра  $a$  решить уравнение

$$x^5 - 5x^3 + 5x = a^5 + \frac{1}{a^5}.$$

3. Найти  $\operatorname{tg} x$ , если

$$\begin{cases} y \sin x + \cos x = 2, \\ 2y \cos x - 4 \sin x = -y. \end{cases}$$

4. Цилиндр с радиусом основания  $R$  косо срезан под углом  $\alpha$ . Боковую поверхность цилиндра покрыли краской и покатали по плоскости. Найти уравнение кривой, ограничивающей окрашенную часть плоскости.
5. Найти отношение объема конуса к объему вписанного в конус шара, если угол при вершине осевого сечения конуса равен  $2\alpha$ .
6. В цилиндрический стакан, имеющий внутри осевое сечение вида  $y = x^4$ , опущен металлический шарик. Каким должен быть радиус шарика, чтобы он касался нижней точки дна стакана.

*Желаем удачи!*

